

Автономная некоммерческая организация
общеобразовательная организация
Лицей информационных технологий «Инфотех»

Утверждена приказом
Лицея «Инфотех» от 29.08.2023
№ 29.08.01-ОД
Рассмотрена на Педагогическом
совете, протокол № 1 от 28.08.2023

Рабочая программа
курса внеурочной деятельности «Комбинаторная математика»
для среднего общего образования
направление развития «Программирование»
Срок освоения программы: 1 год (11 класс)

Пояснительная записка

Данный курс знакомит школьников с классическими комбинаторными алгоритмами.

Цель данного курса – изучение классических алгоритмов решения оптимизационных задач на графах и сетях с применением различных приемов программирования; построение новых и модификации, и комбинации известных алгоритмов для решения конкретных задач; оценка эффективности указанных алгоритмов.

Основная задача курса – дать навыки постановки и решения задач оптимизации на графах; научить выбору адекватных алгоритмов для решения вышеуказанных задач; отработать умения по программной реализации алгоритмов на персональном компьютере.

Итоговая оценка выставляется в баллах в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценивания.

Форма проведения: практические занятия.

1. Планируемые результаты освоения курса

1.1. Личностные и метапредметные результаты освоения курса

В результате изучения комбинаторной математики на углубленном уровне формируются личностные и метапредметные результаты. Изучение комбинаторной математики в основной школе дает возможность обучающимся достичь следующих результатов:

1. В направлении личностного развития:

- развитие логического и критического мышления, культуры речи, способности к умственному и компьютерному эксперименту;
- формирование у учащихся интеллектуальной честности и объективности, способности к преодолению мыслительных стереотипов, вытекающих из обыденного опыта;
- воспитание качеств личности, обеспечивающих социальную мобильность, способность принимать самостоятельные решения;
- формирование качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе;
- развитие математических способностей, интереса к математическому творчеству;
- развитие исследовательских умений и навыков;
- развитие профессиональной ориентации школьников;
- формирование умения ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;
- развитие критичности мышления, умения распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- формирование представления о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах ее развития, о ее значимости для развития цивилизации;
- развитие креативности мышления, инициативы, находчивости, активности при решении математических задач;
- развитие умения контролировать процесс и результат учебной деятельности;
- развитие способности к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, алгоритмов, программ.

2. В метапредметном направлении:

- формирование представлений о математике и информатике как части общечеловеческой культуры, о значимости компьютерного моделирования в развитии цивилизации и современного общества;
- развитие представлений о компьютерном моделировании как форме описания и методе познания действительности, создание условий для приобретения первоначального опыта моделирования математических задач;
- формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности.

1.2 Предметные результаты освоения учебного курса

Выпускник научится:

- различать виды комбинаторных задач по способам их решения в ходе рассмотрения несложных задач;
- отличать классы задач P и NP;
- понимать сводимость NP-полных задач друг к другу;
- генерировать различные комбинаторные конструкции;
- уметь представлять структуру «граф»;
- находить компоненты графа;
- находить в графе точки сочленения и мосты;
- находить в ориентированном графе компоненты сильной связности;
- конденсировать граф;
- находить эйлеровы и гамильтоновы пути;
- укладывать правильно плоский граф;
- правильно раскрашивать граф;
- проводить триангуляцию плоского графа;
- находить дерево Штейнера;
- восстанавливать деревья по коду Прюфера;
- находить количество способов сделать граф связным;
- находить максимальный поток;
- строить Петри в задачах о взаимном исключении, о производителе–потребителе, об обедающих мудрецах, о чтении–записи, p– и V–операции над семафорами;
- решать задачу о наибольшем паросочетании;
- решать задачу о полном паросочетании;
- решать задачу об оптимальном паросочетании.

2. Содержание курса комбинаторной математики

Основные комбинаторные объекты и их генерация

1. Перестановки: количество перестановок; эффективное порождение перестановок; генерация случайных перестановок, порождение подмножеств множества.
2. Порождение сочетаний. Порождение композиций. Размещения: генерация размещений; генерация размещений с повторениями.

3. Порождение разбиения числа. Тождества с биномиальными коэффициентами. Задача о рюкзаке. Задача коммивояжера. NP-полные задачи.

Структура графов

1. Представление графов. Компонента сильной связности. Точка сочленения. Мост.
2. Связность ориентированных графов: сильносвязный орграф; односторонний орграф; слабосвязный орграф. Топологическая сортировка. Алгоритм Роберта Тарьяна поиск компонент сильной связности. Построение конденсации графа.
3. Построение эйлерового пути в графе. Минимальное число рёберно-непересекающихся путей. Алгоритм Флёри нахождения эйлерова цикла.
4. Поиск гамильтонова цикла в графе.
5. Задача о плоской укладке графа. Гамма-алгоритм. Двойственный граф.
6. Хроматическое число и хроматический многочлен. Проблема четырех красок. Эвристический алгоритм Ершова. Точные алгоритмы раскраски графов.
7. Алгоритмы триангуляции плоского графа.

Деревья

1. Минимальное остовное дерево. алгоритм Краскала; алгоритм Прима; алгоритм Борушки.
2. Задача Штейнера. Алгоритм Мелзака построения дерева Штейнера. Алгоритм Кокейна построения дерева Штейнера.
3. Код Прюфера. Количество остовных деревьев в полном графе.
4. Количество способов сделать граф связным. Матрица Кирхгофа.

Сети и потоки

1. Задача максимального потока. Невозможность нахождения максимального потока полным перебором. Максимальный поток и минимальный разрез. Алгоритм Форда–Фалкерсона нахождения максимального потока.
2. Алгоритм Диницы нахождения максимального потока.
3. Сети Петри. задача о взаимном исключении; задача о производителе–потребителе; задача об обедающих мудрецах; задача о чтении–записи; р– и V–операции над семафорами.

Задача о назначениях

1. Задача о наибольшем паросочетании. Алгоритм Хопкрофта–Карпа построения максимального паросочетания.
2. Алгоритм Куна нахождения полного паросочетания.
3. Матрица Татта. Рандомизированный алгоритм Ласло Ловаса проверки существования полного паросочетания.
4. Теорема Рабина–Вазирани нахождения максимального паросочетания.
5. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.

Библиотека Boost Graph Library

1. Лицензия.
2. Графовые концепции.
3. Основные алгоритмы на графах.

3. Тематическое планирование

№ п/п	Наименование тем	Планируемое количество часов
1.	<p>Основные комбинаторные объекты и их генерация /проявление интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах; ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации/</p>	12
2.	<p>Структура графов /представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.); воспитание готовности к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного; формирование навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека; ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации/</p>	24
3.	<p>Деревья /установка на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений; ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации/</p>	8
4.	Сети и потоки	8

	<i>/представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.); ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации/</i>	
5.	<p>Задача о назначениях</p> <p><i>/воспитание готовности к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;</i></p> <p><i>установка на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений;</i></p> <p><i>ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации/</i></p>	4
6	Библиотека Boost Graph Library	4
	Резервные часы	8
	Итого часов	68

Список литературы

1. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. М.: Изд-во «Вильямс», 2005.
2. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. СПб: Изд-во Невский диалект. –М.: «Вильямс», 2005.
3. Кнут Д.Э. Искусство программирования. Том 4А. Комбинаторные алгоритмы. Часть 1. –М.: «Вильямс», 2016.